



**INVESTIGAÇÃO ALGÉBRICA DA POSIÇÃO DOS NÚMEROS PRIMOS EM
CONJUNTOS ESPECIAIS**
**ALGEBRAIC INVESTIGATION OF THE POSITION OF PRIME NUMBERS IN
SPECIAL SETS**

FRANCISCO, Erick Castilho¹**RESUMO**

Este trabalho propõe uma abordagem alternativa para o estudo dos números primos por meio da construção de conjuntos especiais derivados dos números ímpares naturais, com a inclusão controlada de números pares. Tais conjuntos, permitem explorar padrões posicionais que evidenciam a ausência sistemática de múltiplos de certos primos. Como resultado, a função geral da sequência se aproxima do crivo de Eratóstenes. O método abre espaço para investigações didáticas e teóricas no campo da teoria dos números, além de levantar reflexões sobre a construção de novos critérios para a identificação de primos.

Palavras-chave: Ensino de Física-Matemática. Teoria dos Números. Representação Algébrica.

ABSTRACT

This work proposes an alternative approach to the study of prime numbers through the construction of special sets derived from natural odd numbers, with the controlled inclusion of even numbers. Such sets allow us to explore positional patterns that highlight the systematic absence of multiples of certain primes. As a result, the overall function of the sequence approaches the sieve of Eratosthenes. The method opens up space for didactic and theoretical investigations in the field of number theory, in addition to raising reflections on the construction of new criteria for identifying primes.

Keywords: Physical-Mathematical Teaching. Numbers Theory. Algebraic Representation.

INTRODUÇÃO

Os números primos exercem um papel fundamental na teoria dos números e em aplicações modernas, como a criptografia, a análise de algoritmos e a própria construção dos números naturais (LIMA, 2024). Desde a Antiguidade, diversos métodos foram desenvolvidos para identificá-los, sendo o Crivo de Eratóstenes um dos mais conhecidos por sua simplicidade e eficácia. No entanto, muitos desses

¹ Graduado em Licenciatura em Física pela UFPR. email: erickcastilho85@gmail.com

métodos envolvem cálculos ou divisões que podem dificultar o ensino e a compreensão. A proposta deste trabalho é uma abordagem alternativa baseada em conjuntos especiais formados de números ímpares com a inclusão controlada de números pares. A partir dela, podem ser observados padrões interessantes que permitem excluir múltiplos de primos a partir de suas posições na sequência. Com base nesse padrão, buscamos estruturar uma forma algébrica que permita identificar, ou pelo menos excluir, compostos na sequência. Essa proposta pode servir como ponto de partida para investigações mais profundas tanto em matemática pura quanto em contextos didáticos.

CRIVO DE ERATÓSTENES

O Crivo de Eratóstenes é um dos algoritmos mais antigos e eficientes para identificar números primos. Atribuído ao matemático grego Eratóstenes de Cirene (276–194), o método consiste em listar os números naturais eliminando os múltiplos de cada número primo, até que restem apenas os números primos. Para números muito grandes, esse processo se torna exaustivo (LIMA, 2024).

METODOLOGIA

O trabalho é de natureza teórica e exploratória. Inicialmente, percebendo que 2 é o único primo par, decidiu-se procurar por padrões no conjunto dos números ímpares (I) ou em sua respectiva colocação no conjunto (1 é o primeiro termo, 3 é o segundo termo etc.). Sem sucesso, o autor decidiu por adicionar o número 2 ao conjunto I , logo:

$$I^{(1)} = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\} \quad (1)$$

E as respectivas posições dos termos no conjunto:

$$n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\} \quad (2)$$

A partir disso, para os primeiros números da sequência é possível notar um padrão: as posições múltiplas de 3 no conjunto não são números primos. A prova para

essa afirmação está na relação algébrica entre os números do conjunto e sua respectiva posição no conjunto. Para os três primeiros termos, os números e suas posições coincidem. Para os termos seguintes temos o padrão:

$$x = 2n - 3 \quad (3)$$

E é possível reparar que, quando n é um múltiplo de 3, os números do conjunto especial nessas posições são também múltiplos de 3, provando a afirmação anterior para o conjunto inteiro.

$$\begin{aligned} x &= 2(3m) - 3 \\ x &= 3(2m - 1) \end{aligned} \quad (4)$$

PROGRESSÃO DO CONJUNTO ESPECIAL

O padrão criado para o conjunto especial não é suficiente para excluir todos os não primos da sequência (teste com o número 49, por exemplo). Para isso, novos conjuntos especiais podem ser adicionados com o acréscimo de mais números pares, da forma:

$$I^{(2)} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, \dots\} \quad (5)$$

Onde, para os termos posteriores a 5, o padrão é dado por:

$$x = 2n - 5 \quad (6)$$

E nesse caso, os múltiplos de 5 não são primos. Progredindo esses conjuntos teremos um teste para cada primo conhecido antes do número que queremos testar (x), assim para 7, 11, 13, etc.

DISCUSSÕES E RESULTADOS

Para uma definição de testes de números primos, considera-se que:

$$x = 2(pm) - p$$

$$m = \frac{x + p}{2p} \quad (7)$$

Assim, temos que:

$$\frac{x + p}{2p} \in N \quad (8)$$

$\leftrightarrow x$ não é primo

E, semelhante ao Crivo de Eratóstenes, para afirmar que um número x é de fato primo:

$$\sum_{p_i=3}^{p_{\sqrt{x}}} \left(\frac{x + p_i}{2p_i} \right) \notin N \quad (9)$$

$\leftrightarrow x$ é primo

Onde o limite superior do somatório é o primo mais próximo à raiz do número x testado.

De outra perspectiva, o teste se baseia na multiplicidade da média entre um valor de teste e um primo em razão a este primo.

$$\frac{x + p}{2p} = \frac{\overline{x_p}}{p} \quad (10)$$

A aplicabilidade deste teste é semelhante ao Crivo de Eratóstenes com as diferenças de se trabalhar com um número menor do que o x estudado (menor processamento de divisão) e um valor que varia tanto seu numerador quanto denominador. Como exemplo, sobre a primalidade do número 35.249 (CURY; WERKMEISTER, 2007), ambos os métodos só chegariam a essa conclusão quando se depararem com o teste do número primo 101, exprimindo sua diferença em uma possível velocidade de processamento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método possui clara semelhança com o Crivo de Eratóstenes e sua aplicabilidade se restringe ao mesmo com algumas diferenças. Enquanto o método de Eratóstenes se concentra em uma divisibilidade direta, excluindo múltiplos, o método apresentando se baseia nas posições dos primos em conjuntos especiais excluindo seus múltiplos com base em uma formulação algébrica. Acredito que o caminho metodológico utilizado tenha aplicação tanto para pesquisa quanto para o ensino.

REFERÊNCIAS

CURY, Helena Noronha; WERKMEISTER, Lucas. Um diálogo sobre o crivo de Eratóstenes: Relato de uma experiência com correio eletrônico. Boletim Gepem, nº 50 2007.

LIMA, Fernando Éder Andrade de. Números Primos e Algumas Curiosidades Históricas: da Proposição Infinita de Euclides ao Crivo de Eratóstenes, 2024. Revista História da Matemática para Professores, v. 10, n. 1, p. 1–11, 2024. Disponível em: <https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/121>. Acesso em: 23 maio. 2025.