



**ABORDAGEM INVESTIGATIVA DA APLICABILIDADE DAS EQUAÇÕES DO 2º
GRAU**

**INVESTIGATIVE APPROACH TO THE APPLICABILITY OF QUADRATIC
EQUATIONS**

LUNETTA, Avaetê de e GUERRA, Rodrigues¹

RESUMO

A presente pesquisa mostra que as equações do segundo grau têm muitas aplicabilidades, podendo ser utilizadas direta ou indiretamente em todos os campos que envolvam a matemática. De onde veio essa fórmula? Por que as civilizações mais antigas precisavam resolver equações utilizando-a? Essas e outras questões serão debatidas no presente artigo, com o objetivo de discutir acerca da aplicabilidade da equação do 2º grau, mostrando como foi criada, suas origens, fórmulas e utilização no cotidiano. A metodologia aplicada foi a pesquisa bibliográfica, utilizando materiais publicados, como livros, artigos científicos, dissertações e teses de repositórios acadêmicos nacionais e internacionais. Através do presente estudo foi possível concluir que a equação do segundo grau pode ser utilizada em todos os campos que envolvem o cálculo de velocidade, área ou lucro, seja na área de tecnologia, construção, esportes, entre outras, beneficiando diversas áreas do saber humano.

Palavras-chave: Equação do 2º grau. Matemática. Cálculo.

ABSTRACT

This research shows that quadratic equations have many applicability, and can be used directly or indirectly in all fields involving mathematics. Where did this formula come from? Why did older civilizations need to solve equations using it? These and other questions will be discussed in this article, with the aim of discussing the applicability of quadratic equations, showing how it was created, its origins, formulas and use in everyday life. The applied methodology was bibliographical research, using previously published materials, such as books, scientific articles, dissertations and theses from national and international academic repositories. Through the present study it was possible to conclude that the quadratic equation can be used in all fields that involve the calculation of speed, area or profit, whether in the area of technology, construction, sports, among others, benefiting several areas of human knowledge.

Keywords: Quadratic equation. Mathematics. Calculation.

1 Doutorando em Educação – UNADES (PY), graduado em Licenciatura em Matemática – UNIASSSELVI.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a matemática é uma das disciplinas em que os alunos tem mais dificuldades, é fundamental que boa parte dos estudantes dominem conceitos básicos da matemática. No cotidiano surgem situações para resolver problemas que nunca foram encontrados antes, e isso aumenta a necessidade de produzir soluções por meio do raciocínio e cálculos em vez de habilidades matemáticas incompletas. Assim, o novo entendimento na educação matemática é trazer a aprendizagem matemática para o primeiro plano, tornando a matemática mais dinâmica e mesclando com fórmulas e conhecimento lógicos.

Uma variedade de problemas tem ocorrido na educação e no ensino da matemática em cada país na mesma medida, por exemplo, os alunos do ensino básico e secundário têm enfrentado vários desafios e dificuldades na aprendizagem dos tópicos de matemática; além disso, eles não gostam dos cursos de matemática e isso preocupa. Toda essa negatividade observada nas escolas tem um grande número de razões que envolvem o professor, alunos, condições físicas da turma, programas escolares, etc.

Objetivando ampliar conceitos matemáticos, observa-se que um dos temas mais estudados e importantes são as equações do 2º grau, responsável pela base para diversos problemas de exatas, utilizados em engenharia e outras situações cotidianas. Assim, o presente estudo abordará aspectos relacionados a aplicabilidade das equações quadráticas, narrando um pouco da história da matemática e da utilização e criação (descoberta) das fórmulas que estão presentes até hoje.

Para os alunos do ensino médio, e até mesmo alguns mais jovens, estamos familiarizados com a fórmula quadrática, “b negativo, mais ou menos a raiz quadrada de delta (b ao quadrado menos 4ac), dividido por 2a”. Esta fórmula possibilita encontrar a raiz das equações quadráticas da forma: $ax^2 + bx + c = 0$.

De onde veio essa fórmula? Por que as civilizações mais antigas precisavam resolver equações dessa forma? Essas e outras questões serão debatidas no presente artigo, com o objetivo de discutir acerca da aplicabilidade da equação do 2º grau, mostrando como foi criada, suas origens, fórmulas e utilização no cotidiano.

A metodologia aplicada foi a pesquisa bibliográfica, utilizando materiais publicados anteriormente, como livros, artigos científicos, dissertações e teses de repositórios acadêmicos nacionais e internacionais. Este artigo foi dividido em três seções, denominadas: 1) Aspectos históricos da equação do 2º grau; 2) Método de resolução tradicional; 3) Aplicabilidade da equação do 2º grau;

2. METODOLOGIA

A pesquisa caracteriza-se por um estudo bibliográfico, uma vez que foi realizado por meio de levantamentos científicos acerca do tema proposto, em consonância com o pesquisador Gil (2002), ao destacar que a pesquisa bibliográfica² é concretizada partindo de materiais já finalizados e publicados, que nos viabilizam uma melhor compreensão da problemática que está sendo proposta, e estes se encontram presentes em livros, revistas, artigos, entre outros recursos acadêmicos.

Para a realização do presente estudo foi realizada a coleta de textos que tratam sobre o tema em questão, além disso, houve o estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão dos estudos, definições das informações a serem extraídas dos estudos selecionados e avaliação das pesquisas incluídas na revisão.

A identificação dos artigos foi realizada no ano de 2023, utilizando a base de dados Google Acadêmico onde a busca foi realizada no idioma português, considerando artigos completos, capítulos de livros e revistas digitais, usando os seguintes descritores: “Equações do segundo grau”.

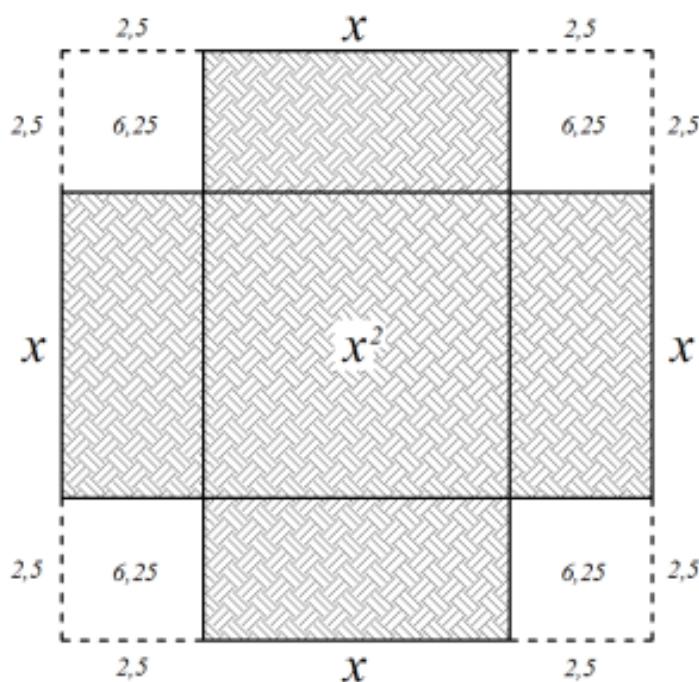
2 A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Essa vantagem torna-se particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. Por exemplo, seria impossível a um pesquisador percorrer todo o território brasileiro em busca de dados sobre população ou renda per capita; todavia, se tem a sua disposição uma bibliografia adequada, não tem maiores obstáculos para contar com as informações requeridas. A pesquisa bibliográfica também é indispensável nos estudos históricos. Em muitas situações, não há outra maneira de conhecer os fatos passados se não com base em dados bibliográficos (GIL, 2002, p.4).

3. ASPECTOS HISTÓRICOS DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Afirma-se frequentemente que os babilônios (cerca de 400 a.C.) foram os primeiros a resolver equações do 2º grau. Esta é uma afirmação controversa, pois os babilônios não tinham noção de equação. O que eles desenvolveram foi uma abordagem algorítmica para resolver problemas que, em nossa terminologia, daria origem a uma equação quadrática (ou do 2º grau). O método era essencialmente o de completar o quadrado (PONTE, 2006, p.14)

A história da matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a matemática como uma condição humana, ao mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A história da matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998, p.42).

Figura 1 – Método de completar quadrado



Fonte: Tedesco et al. (2019, p.34).

Por volta de 300 a.C., Euclides desenvolveu uma abordagem geométrica que, embora matemáticos posteriores a tenham usado para resolver equações quadráticas, equivalia a encontrar um comprimento que, em nossa notação, era a raiz de uma equação quadrática. Euclides não tinha noção de equação, coeficientes etc, mas trabalhava com quantidades puramente geométricas (TEDESCO et al, 2019, p.27).

Os matemáticos hindus levaram os métodos babilônicos mais longe, de modo que Brahmagupta (598-665 D.c) tinha um método, quase moderno, que admitia quantidades negativas. Ele também usou abreviaturas para o desconhecido, geralmente a letra inicial de uma cor foi usada, e às vezes várias incógnitas diferentes ocorriam em um único problema (PONTE, 2006, p.34).

4. MÉTODO DE RESOLUÇÃO TRADICIONAL

A primeira forma de encontrar as raízes da equação do 2º grau foi estabelecida em um trabalho de Sridhara, matemático hindu que viveu no período entre 850 e 950 a.C. Ele foi o precursor que deu origem a fórmula atual para a resolução de equações do segundo grau. Após sua criação deu a nomenclatura de “Fórmula geral para solução da equação polinomial do 2º grau”. Nesta época havia plena certeza de que números negativos não são quadrados, e de que o número de raízes de uma equação do segundo grau pode ser 0, 1 ou 2 (TEDESCO, 2019, p.27). O matemático indiano Bhaskara também evidencia como resolver essa categoria de equação da seguinte forma:

O método utilizado aqui é o de completar o quadrado. Multiplicando a equação $ax^2 + bx + c = 0$ teremos:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0.$$

Ao adicionarmos um termo igual a b^2 aos dois lados da equação, teremos:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 = b^2$$

Ou seja,

$$(2ax + b)^2 + 4ac = b^2$$

Logo,

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

E isolando a incógnita temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

Para utilizar essa fórmula, é necessário lembrar que toda equação do segundo grau deve ser escrita da seguinte maneira:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

5. APLICABILIDADE DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Uma equação quadrática (ou do segundo grau) é qualquer equação contendo um termo em que o x é elevado ao quadrado e os outros não são elevados a uma potência superior. A equação quadrática é mais comumente escrita como $ax^2 + bx + c = 0$. Os números conhecidos a , b e c servem como coeficientes, enquanto x denota o valor desconhecido.

As equações do segundo grau têm muitas aplicações na vida diária e são cruciais para a sobrevivência humana, podendo ser utilizadas direta ou indiretamente em todos os campos que envolvem o cálculo de velocidade, área ou lucro.

Na economia, equações quadráticas (ou equações do segundo grau) são uma ferramenta poderosa para analisar curvas de oferta e demanda para definir um preço de produto que maximize o lucro líquido. No setor industrial, as equações do segundo grau são úteis nos casos em que um empreendedor deseja maximizar o volume e minimizar os materiais, como a menor quantidade de aço necessária para fazer uma estrutura metálica. Na optometria, equações quadráticas são úteis para projetar lentes corretivas.

Exemplo da aplicabilidade da equação do segundo grau no setor econômico:

(Enem 2010) Um laticínio possui dois reservatórios de leite. Cada reservatório é abastecido por uma torneira acoplada a um tanque resfriado. O volume, em litros, desses reservatórios depende da quantidade inicial de leite no reservatório e do tempo t , em horas, em que as duas torneiras ficam abertas. Os volumes dos reservatórios são dados pelas funções $V_1(t) = 250t^3 - 100t + 3000$ e $V_2(t) = 150t^3 + 69t + 3000$. Depois de aberta cada torneira, o volume de leite de um reservatório é igual ao do outro no instante $t = 0$ e, também, no tempo t igual a:

Resposta: Para que o volume seja igual, faremos: $V_1(t) = V_2(t)$ $250t^3 - 100t + 3000 = 150t^3 + 69t + 3000$ Podemos isolar a incógnita t e encontraremos: $250t^3 - 150t^3 - 100t - 69t = 3000 - 3000$ $100t^3 - 169t = 0$ Colocando t em evidência, temos que: $t(100t^2 - 169) = 0$ Sabemos que uma multiplicação é zero quando um dos seus fatores é zero, ou seja: (I) $t = 0$ (solução já apresentada no enunciado) ou (II) $100t^2 - 169 = 0$ Resolvendo o caso II, temos que:

$$100t^2 - 169 = 0$$
$$100t^2 = 169$$

$$t^2 = \frac{169}{100}$$

$$t = \pm \sqrt{\frac{169}{100}}$$

$$t = \pm \frac{13}{10}$$

$$t = \pm 1,3$$

Como t representa o tempo, então descartaremos a opção negativa, logo temos $t = 1,3$.

Esses e outros exemplos mostram a importância das equações do segundo grau no cotidiano, possuindo taxas variáveis de mudança, que podem ser descritas qualitativamente. É importante fornecer aos alunos funções quadráticas cujos valores

de saída podem ser representados em eixos x e y iguais. Portanto, oferecer oportunidades para aprender sobre a importância do dimensionamento do eixo y ao raciocinar graficamente sobre as taxas de mudança, é extremamente relevante, comparando a aparência visual diferente dos gráficos quando a escala muda.

A quadrática é a única função em que os alunos podem usar manipulação algébrica e aritmética bastante acessível para mostrar as relações entre valores de entrada / saída, diferentes representações algébricas e representações gráficas, Ponte (2006, p.7) afirma que:

Podemos então dizer que o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções. No entanto, inclui igualmente a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também o é o “sentido do símbolo”, a capacidade de interpretar e de usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. Ou seja, no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos, mas também às relações 18 existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades.

Os trabalhadores da construção civil usam equações do segundo grau para calcular a área antes de iniciar um projeto. As pessoas também descobrem os tamanhos de outras coisas, como caixas e lotes de terra, usando equações do 2º grau, por exemplo, a maioria dos edifícios são quadrados ou retangulares, assim, ao construir um retângulo, um lado deve cobrir duas vezes mais espaço do que os outros lados. Uma equação quadrática será criada calculando a área dos materiais necessários para cobrir essa área. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Convém também salientar que a visualização de expressões algébricas, por meio do cálculo de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que facilita a aprendizagem de noções algébricas [...] A utilização desses recursos possibilita ao aluno conferir um tipo de significado às expressões. [...] (BRASIL, 1998, p.121).

Equações do 2º grau também são frequentemente utilizadas nos esportes e agora são muito úteis para jogabilidade e análise. Por exemplo, um analista de futebol

deve realizar cálculos para determinar a forma de uma equipe ou atleta, e nessas análises, componentes de equações quadráticas podem ser encontrados. Os jogadores de basquete marcam apontando para a distância exata e duração do lançamento para a rede, uma equação quadrática pode ser usada para determinar a altura da bola, por exemplo.

A fim de determinar o lucro do negócio, equações do segundo grau são frequentemente usadas. Deve-se resolver uma equação quadrática, mesmo quando se lida com pequenos produtos para descobrir quantos deles serão lucrativos, por exemplo, um empresário pode querer vender fronhas e a meta financeira é de 5.000 reais. Para isso, ele deve primeiro descobrir seu preço médio de venda, por exemplo, 25,00 reais por peça, e para descobrir quantas peças ele deve vender para atingir seu objetivo se ele gerar um lucro de 10,00 reais por peça, ele precisa criar uma equação do 2º grau.

Além disso, as equações do segundo grau são essenciais nos sistemas educacionais, algo que não se pode ignorar. Milhões de estudantes resolvem equações do 2º grau todos os dias e provavelmente encontrarão esses cálculos diariamente se escolherem uma carreira em matemática, física ou ciência da computação. Sem um bom conhecimento de equações quadráticas, aprender certos aspectos da ciência e da matemática seria impossível.

O principal objetivo do currículo de matemática do ensino fundamental e do ensino médio é desenvolver álgebra e pensamento algébrico. A álgebra é geralmente percebida como vários símbolos, expressões e suas presenças e na resolução de equações. No Brasil, como em muitos outros países, a álgebra também está entre as temáticas mais importantes na área do cálculo. Os alunos começam a conhecer os tópicos de álgebra na turma do segundo ano do ensino fundamental e este tópico forma a base de muitos tópicos que eles encontrarão em seus futuros treinamentos matemáticos.

Assim, a álgebra é adquirida em conjunto com a capacidade de pensamento abstrato e, portanto, interpretação lógica para os alunos. A notação simbólica em álgebra é importante para o desenvolvimento de conceitos matemáticos básicos, assim, a álgebra, em geral, é um ramo da matemática que transforma informações em

equações generalizadas usando números e símbolos. A essência da matemática não está nos símbolos, mas nas ideias que os símbolos representam.

Apesar de existirem diversos métodos para o ensino de álgebra, o mais comum ainda é o método tradicional. Embora a álgebra seja necessária na vida de todos, a maioria dos alunos tenta aprender álgebra memorizando e a maioria dos professores incentivam essa prática. Os professores devem ensinar a álgebra de forma a maximizar os níveis de compreensão e lembrança dos alunos, portanto, o sucesso em álgebra básica, especialmente em equações do segundo grau depende do esforço conjunto entre professores e alunos.

Os principais objetivos dos professores de Matemática, independentemente da faixa etária que ensinam, deve-se desenvolver as habilidades quantitativas de alfabetização dos alunos. Também é importante concentrar-se em Matemática aplicada e análise de dados, ajudando a promover o raciocínio matemático que pode ser transferido para o mundo real. Começar cada dia com uma conversa sobre dados ou uma rotina de alto rendimento, como o número de hoje ou o número misterioso, são ótimas maneiras de impulsionar o raciocínio nas aulas de Matemática (GUERRA et al., 2022, p. 990).

Cálculo tradicional utilizado por estudantes do ensino médio nas aulas de Equação do 2º grau: Resolva a equação do 2º grau $2x^2 + x - 3 = 0$

Uma das alternativas para solucionar equações do 2º grau é através da fórmula de Bhaskara. Para tanto, precisamos identificar os coeficientes da equação, que são $a = 2$, $b = 1$ e $c = -3$ (DA SILVA MELLO, 2015, p.330).

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}, \Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$\Delta = 1^2 - 4.2.(-3)$$

$$\Delta = 1 + 24$$

$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2.2}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{4}$$

$$x' = \frac{-1 + 5}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x'' = \frac{-1 - 5}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

As raízes da equação $2x^2 + x - 3 = 0$ são 1 e $-\frac{3}{2}$.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitos problemas matemáticos estão na forma de equações do segundo grau. Em matemática, a solução da equação quadrática é de particular importância, e como já foi discutido, uma equação quadrática não tem soluções reais se $\Delta < 0$. Este caso, é de primordial importância, além de ajudar a desenvolver um campo diferente da matemática conhecido como Análise Complexa.

Assim, todos os campos da matemática foram fundamentais ao longo da história (seja algébrico, geométrico, etc), sendo de fundamental importância abordar diferentes métodos para resolver o mesmo cálculo, de modo que sua aplicabilidade faça sentido no aspecto prático e na assimilação da comunidade acadêmica e estudantil.

O presente estudo mostrou o percurso histórico e o surgimento da Equação do Segundo Grau, apresentando sua importância em diversas áreas do saber humano, deixando claro sua ação enquanto área da Matemática.

Portanto, foi possível evidenciar que a Equação do Segundo Grau tem muitas aplicações na vida diária, sendo cruciais para a sobrevivência humana, podendo ser utilizada direta ou indiretamente em todos os campos que envolvem o cálculo de velocidade, área ou lucro, seja na área de tecnologia, construção, esportes, entre outras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DA SILVA MELLO, Michael. FÓRMULA DE BHASKARA. **Anais do EVINCI-UniBrasil**, v. 1, n. 3, 2015.

ENEM 2010, Brasil. Disponível em: <https://monografias.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-equacao-2-o-grau.htm#questao-11> htm. Acesso em: 09 jun. 2023.

GIL, Antônio Carlos. Como classificar as pesquisas. **Como elaborar projetos de pesquisa**, v. 4, n. 1, p. 44-45, 2002.

GUERRA, A.; DA COSTA, M.; FLORENCIO ROZENDO, J. F. R.; VARGAS MATOS, D.; SOUSA ANDRADE, S.; GUIMARÃES SOARES, G.; GOMES DE MELO, N. J.; ALVES RIBEIRO, G.; GOMES DE SOUZA, V. Estratégias metodológicas aplicadas nas aulas de matemática. **Conjecturas**, [S. l.], v. 22, n. 14, p. 983–992, 2022. Disponível em: <http://www.conjecturas.org/index.php/edicoes/article/view/1946>. Acesso em: 24 abr. 2023.

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar**. **Educação e Matemática**, n.85. 2006.

TEDESCO, Murilo Ferulio Gomes et al. Teatro e História da Matemática: uma possibilidade para o ensino de funções e equações do segundo grau. **Revista Viver IFRS**, v. 7, n. 7, 2019.