SOUZAEAD
souzaeadrevistaacademica.com.br

ISSN 2595-5934

REVISTA ACADÊMICA DIGITAL

ABR 2023
EDIÇÃO Nº 60

REVISTA ACADÊMICA
DIGITAL

PERIODICIDADE
MENSAL

IDIOMAS
PORTUGUÊS E INGLÊS

souzaeadrevistaacademica.com.br

ISSN 2595-5934

REVISTA ACADÊMICA DIGITAL

ABR 2023 EDIÇÃO Nº 60

O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS: ANÁLISE DO ENSINO DOS RACIONAIS E IRRACIONAIS
THE SET OF REAL NUMBERS: ANALYSIS OF RATIONAL AND IRRATIONAL TEACHING

OLIVEIRA, Beatriz dos Santos[1]
SILVA, André Ribeiro da[2]

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar o nível de compreensão e dificuldades que os alunos concluintes do ensino médio possuem em diferenciar os números racionais e irracionais, para isso, averiguaremos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para compreender como é abordado esse conteúdo nos documentos oficiais, além de fazer um levantamento de análise de livros didáticos e dificuldades que já foram pontuadas por alguns autores. Por fim, será realizada a análise de uma pesquisa, feita através de um questionário para os alunos ingressantes dos cursos de Química Industrial e Engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Goiás − Anápolis−GO. Os alunos participantes apresentaram dificuldades na definição de grandezas comensuráveis e de números reais, eles não conseguiram definir qual conjunto possui mais elementos e não souberam falar da importância dos números irracionais para a construção dos números reais. Com a análise dessa pesquisa, destacamos as principais dificuldades apresentadas pelos alunos, com isso é possível saber onde deve ser aprofundado o ensino dos números reais para que os alunos tenham uma compreensão completa do conteúdo.

Palavras-chave: Dificuldades dos Estudantes. Ensino. Números Reais.

ABSTRACT

This article aims to analyze the level of understanding and difficulties that senior high school students have in differentiating rational and irrational numbers, for that, we will investigate the National Curricular Common Base (BNCC) and the National Textbook Plan (PNLD) to understand how this content is addressed in official documents, in addition to carrying out a survey of textbook analysis and difficulties that have already been pointed out by some authors. Finally, the analysis of a survey will be carried out, through a questionnaire for students entering the Industrial Chemistry and Agricultural Engineering courses at the State University of Goiás − Anápolis−GO. The participating students had difficulties in defining commensurable quantities and real numbers, they were unable to define which set has more elements and did not know how to talk about the importance of irrational numbers for the construction of real numbers. With the

[1] Graduada em Matemática pela Universidade de Goiás. beatrizsantos8462@gmail.com
[2]Educador Fìsico e Pedagogo. Mestre e Doutor em Ciências da Saúde. Pós-doutor em Neurociências. E-mail: andreribeiro@unb.br

analysis of this research, we highlight the main difficulties presented by the students, with this it is possible to know where the teaching of real numbers should be deepened so that students have a complete understanding of the content.

Keywords: Students Difficulties. Teaching. Real Numbers.

1.INTRODUÇÃO

Em geral, quando temos contato com alunos do ensino médio, ou até mesmo com as primeiras turmas dos cursos superiores e comentamos sobre números reais, existem estudantes que acreditam que os números irracionais são apenas as raízes não exatas e o π. Isso nos mostra um déficit sobre o ensino e aprendizagem dos números reais na educação básica.

O ensino dos números reais na educação básica nem sempre abrange assuntos importantes e curiosos, tais como o conjunto dos números naturais serem do mesmo tamanho que o conjunto dos números racionais e a importância que o conjunto dos números irracionais possui para a construção da reta real.

O professor é o principal agente do conteúdo dentro da sala de aula, ele que conduz como é realizado o ensino, porém vários fatores influenciam nesse processo. Uma dessas influências tanto pelos alunos quanto pelos professores é o livro didático, por ser um material de frequente adoção. Outras influências podem estar relacionadas ao pouco tempo de pesquisa e a alta carga horária de trabalho do professor que interfere diretamente no seu planejamento e preparação para a execução da aula.

Discutiremos, nesse artigo, a dificuldade que os alunos possuem em compreender os números reais, essa dificuldade está diretamente relacionada pela forma como o professor aborda esse conteúdo na sala de aula, sem mostrar para os alunos a necessidade teórica e prática de estudar esses números, trazendo assim um desinteresse em aprender esse conceito.

Os números irracionais são essenciais na formação dos números reais, e são geralmente trabalhados de forma rápida e superficial na escola, no qual os alunos não veem sua real importância e o quanto esse conjunto é grande, ele vai muito além de só raízes não exatas, π e *e*.

Dentro do conjunto dos números reais, temos os números naturais, inteiros, racionais e irracionais, utilizamos esses números e algumas operações básicas diariamente, pelo processo de contagem ou de medição, sendo assim importante seu estudo por todos. Além disso, para quem deseja continuar estudando na área de exatas, a aprendizagem de números reais se torna mais importante ainda, para compreender a completude da reta e a noção de continuidade, que fazem parte da disciplina de Cálculo e de Matemática Avançada.

Com isso, temos como objetivo analisar o nível de compreensão e dificuldades que os alunos concluintes do ensino médio possuem em diferenciar os números racionais e irracionais. Para cumprir esse objetivo, verificamos como esses números são ensinados na educação básica, fazendo uma análise na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para averiguar como esses documentos abordam esse conteúdo.

Além dessa fundamentação, foi feito um levantamento de estudos de trabalhos que tratam da análise de livros didáticos, queremos com isso verificar como os números irracionais são introduzidos e quais erros são cometidos que acabam prejudicando na compreensão do conteúdo.

Uma análise das dificuldades também foi feita, para assim conferir onde os alunos se perdem no conteúdo e com isso tentar nortear como deve ocorrer o ensino correto dos números reais, tentando trabalhar em cima das dificuldades conhecidas e expressas pelos alunos.

Para finalizar, foi realizada a análise de uma pesquisa, feita através de um questionário para os alunos ingressantes dos cursos de Química Industrial e Engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Goiás − Anápolis−GO. O propósito para essa pesquisa é avaliar o nível de conhecimento que possuem e quais as dificuldades que apresentam a respeito do conteúdo dos números racionais e irracionais, dificuldades essas, vindas do ensino médio.

2. O ENSINO DOS NÚMEROS REAIS

Criada em 16 de setembro de 2015, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) passou por várias implementações até chegar a que temos hoje, sua 3º versão. Caracteriza-se como sendo um documento de caráter normativo, que define o progresso de aprendizagens que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação básica (BRASIL, 2018a).

Na Lei de Diretrizes e Bases, segundo o Art. 22. "A educação básica tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" (BRASIL, 1996).

Segundo o artigo, uma das funções da educação básica é o desenvolvimento dos alunos para que eles possam avançar nos seus estudos, logo vemos a necessidade de oferecer condições para que tenham uma bagagem conceitual e metodológica que permitam serem participativos nesses conhecimentos.

No processo da construção dos números, segundo a BNCC (2018), os alunos precisam desenvolver as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções consideradas fundamentais da matemática. "Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações" (BRASIL, 2018a, p. 268).

Para o aprofundamento da noção de número, a BNCC (2018) diz ser importante colocar os alunos diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais.

Os números irracionais e reais são introduzidos no 9º ano do ensino fundamental, no qual se espera que ao seu término, o aluno saiba reconhecer um número irracional como sendo um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica e saiba estimar a localização de alguns deles na reta numérica (BRASIL, 2018a). Com relação aos números reais, o aluno precisa ter a ideia de que os números racionais não são suficientes para ter a completude da reta, por isso é necessário defini-lo como a união dos racionais com os irracionais.

No ensino médio, segundo a BNCC (2018), a área de Matemática tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes, para assim aprofundar e ampliar o conteúdo iniciado na etapa anterior. Esse aprofundamento deve ocorrer, principalmente, no conjunto dos números irracionais, pois ele é trabalhado de forma rápida no ensino fundamental e muitos alunos possuem dificuldades de compreender seu conceito.

Além disso, o estudo da representação decimal dos números racionais e dos irracionais é um assunto importante no ensino médio e é possível abordá-lo de modo acessível e com razoável rigor matemático (BRASIL, 2018b).

3.ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

O livro didático tem um papel muito importante para o ensino, pois muitos professores o utilizam como única fonte de referência:

> Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória (BRASIL, 1998, p. 21-22).

Trindade (2017) fez um levantamento da coleção dos livros didáticos de Matemática aprovados pelo PNLD/2016 e PNLD/2017, que são os mais utilizados pelas escolas, para avaliar como são abordados os conjuntos numéricos nos referidos livros de 4º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Ao introduzir os números racionais a autora relata que a coleção não aborda o problema da medida como marco inicial para trabalhar este conjunto e também não aborda argumentos históricos.

Em um volume do 7º ano, Trindade (2017) comenta o fato de que o autor do livro pesquisado por ela menciona que o conjunto dos números racionais não é possível enumerá-los, o que não é verdade, mas no manual do professor verifica-se outra explicação, em que fala que no conjunto dos números racionais não é possível escrever números consecutivos, pois entre quaisquer dois números racionais, sempre existe outro número racional.

Percebe-se que o termo "enumerar" não está relacionado ao conceito de enumerabilidade. Esse comentário no livro do estudante causa uma distorção em relação ao termo de enumerabilidade dos números racionais, mesmo que a coleção não traga discussões a esse respeito, ao citar o termo “enumerar” traz-se a necessidade de abordar a discussão, esclarecendo sua definição e consequências

(TRINDADE, 2017).

Ao introduzir os números irracionais, Trindade (2017) critica o modo que eles são apresentados. Os números irracionais são a ampliação do conjunto numérico e surgiram pela necessidade de representar novos números, após descobrir-se um novo número, no qual ele não se encaixava nos conjuntos já definidos, levou a necessidade de criar-se o conjunto dos números irracionais.

Ainda segundo a autora, ao relacionar os racionais com a reta numérica, usam-se conclusões prontas sem espaços para discussões e elaboração de hipóteses. Entende-se que a discussão acerca da correspondência dos racionais a pontos da reta na coleção é restrita, pois enfatiza comentários como: para cada número racional, existe um ponto na reta numerada (TRINDADE, 2017).

Quanto à representação de números irracionais e reais na reta, (TRINDADE, 2017, p. 23) relata que "a coleção trata de forma similar aos números racionais, enfatizando a existência de pontos na reta não correspondentes aos racionais, isto é, os números irracionais, e a correspondência um a um entre reais e pontos da reta".

Almeida (2015) em sua pesquisa realizou uma análise crítica de livros didáticos de Matemática referente aos conjuntos numéricos, onde foram analisados quatro livros aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) do ano de 2015.

O autor critica alguns itens que os livros não abordam na explicação do conteúdo como: sucessor e antecessor, números primos, a construção dos números inteiros via subtração, ideia de oposição, construção dos racionais via divisão, representação decimal a partir da representação fracionária, aproximações, construção de irracionais via enunciado numérico do Teorema de Pitágoras e não via enunciado geométrico, entre outros.

O diagrama de Venn é utilizado nos livros para fazer a representação geral dos conjuntos numéricos, mas segundo Almeida (2015) todos eles são apresentados inadequadamente. Os diagramas são apresentados nos livros para evidenciar a relação de inclusão entre os conjuntos, mas a partir deles é possível criar-se a errônea interpretação de que existem tantos números irracionais quanto racionais ou mais números racionais do que irracionais. Ainda segundo o autor, não existe diagrama de Venn possível de representar ao considerar a cardinalidade dos conjuntos numéricos.

Pommer (2012) em seu trabalho analisou duas coleções de livros didáticos do ensino fundamental II e duas do ensino médio, em que tinha como objetivo observar como são apresentados os seguintes temas: surgimento das raízes enésimas, o número PI, número de Euler, número de ouro e os aspectos que são essenciais do conhecimento matemático relacionados aos números irracionais e que são fundamentais para a significação destes números.

Sobre o surgimento das raízes enésimas o autor destaca que os livros exploram diversas linguagens matemáticas, mas não incentiva a articulação entre elas. Pommer (2012) questiona o conceito de aproximação, pois não fica claro como se faz ou o que se entende por isso. Para introduzir as raízes enésimas, as coleções utilizaram áreas e lados que resultaram números inteiros, expandindo posteriormente para os casos que recaem no cálculo de uma raiz enésima com radicando inteiro não exato, que é um novo tipo de número, o irracional.

O número PI é introduzido pela definição e por um contexto, que se utiliza a linguagem numérica, algébrica e geométrica. O número de Euler é apresentado em apenas alguns livros juntamente com o conteúdo de logaritmos, em que se faz referência a condição deste número ser uma base natural e ter um valor aproximado, sem maiores explicações. O número de ouro também é apresentado apenas em algumas coleções do livro, onde sua introdução é feita pela representação figural e posteriormente, são feitas manipulações algébricas para se obter o seu valor.

Segundo Pommer (2012) os livros didáticos analisados expõem de modo restrito os aspectos essenciais que envolvem os números irracionais, sendo eles: o surgimento das raízes enésimas irracionais, o número PI, o número de Euler e o número de ouro, esses aspectos somente iniciam um percurso de introdução aos números irracionais, com poucas menções a outros números irracionais, com isso, limita-se a possibilidade de uma abordagem significativa desse tema no ensino básico.

4.DIFICULDADES NO ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS

O ensino dos números reais ainda é bastante discutido pela grande dificuldade que os alunos possuem em interpretar esses números e suas representações. Essas dificuldades podem estar relacionadas com o modo que eles aprendem, no qual o professor pode estar utilizando métodos que não são suficientes para esclarecer o conteúdo ao aluno ou trabalhando os mesmos de forma rápida e resumida.

As principais dificuldades estão norteadas entre os números racionais e irracionais, e a passagem dos racionais para os reais. A mudança de um grupo para outro tem que ocorrer de forma coerente e lógica para que o aluno consiga acompanhar e principalmente entender o seu significado.

Durante o ensino fundamental, segundo Almeida (2015), o aluno pode apresentar uma dificuldade maior na compreensão e distinção das diferentes propriedades de cada conjunto numérico, pois as extensões numéricas são muitas vezes motivadas por questões de natureza totalmente diferentes, como a contagem, oposição e medida.

Ao trabalhar os números racionais na escola, deve-se chamar a atenção do aluno para a importância do desenvolvimento de uma percepção abrangente da natureza e do papel daquilo que se toma como unidade (ALMEIDA, 2015).

No processo de ampliação dos conjuntos numéricos, um dos pontos mais complicados para que os alunos consigam entender é a passagem dos racionais para os reais. Almeida (2015) comenta que essa dificuldade é evidenciada quando se percebe que nos livros didáticos escolares, geralmente, o número irracional é apresentado de duas maneiras: como um número que não se pode escrever como razão de inteiros ou como uma forma decimal infinita não periódica. Moreira e David chamam a atenção para esse fato argumentando que:

> Ora, se o universo numérico dos alunos ainda é o conjunto dos racionais, nenhuma dessas duas caracterizações tem qualquer significado. Quando não se sabe o que significa uma forma decimal infinita e não periódica também não se sabe o que é um número irracional e vice-versa. Do mesmo modo, se a ideia escolar de número está associada, na sua acepção mais ampla, apenas a uma razão de inteiros, os irracionais não são números já que não são razão de inteiros. [...] No final, define-se o conjunto dos números reais como a união dos racionais com os irracionais. Fecha-se, assim, um ciclo de inconsistências, e não se esclarece o sentido de se conceber os irracionais como números ou o significado que possa vir a ter essa nova espécie de número (DAVID; MOREIRA, 2013, p. 82).

O fato de explicar de forma direta, sem uma argumentação clara é a causa da falta de aprendizagem dos números irracionais. Assuntos importantes para a compreensão desses números também são os desfalques dos livros didáticos que apresentam muitas definições importantes nas observações e notas de rodapé que são passadas despercebidas e sem a devida atenção pelo professor. Podemos citar como alguns desfalques: a origem histórica desencadeada pela crise dos incomensuráveis, a falta de relação com a geometria e a álgebra ao introduzir os números irracionais, trabalhar a ideia de grandezas comensuráveis e incomensuráveis, a completude da reta, etc.

Almeida (2015) sugere ainda, "que a introdução dos números irracionais (positivos) deve ser uma discussão de natureza geométrica através da associação desses números a medidas de segmentos e da consideração da possibilidade da incomensurabilidade" (ALMEIDA, 2015, p. 15).

Uma das dificuldades destacadas por Pommer (2012) para a compreensão dos números irracionais é o modo como se realiza a transposição didática do tema dos números reais, exposto como sendo a união de dois conjuntos: os números racionais e os números irracionais.

Pommer (2012, p. 39) relata que "é importante discutir a questão da aproximação no ensino básico, podendo constituir poderoso meio de abordar os números irracionais, além de permitir esclarecer as conexões com os números racionais".

Vimos, portanto, como os números irracionais são abordados nos livros didáticos, sendo de maneira direta e expondo primeiramente sua definição, exemplos e, em seguida, exercícios e logo encerrando o conteúdo. Essa metodologia utilizada não é adequada para compreender esses números, os alunos precisam ver a importância dos números irracionais na construção do conjunto dos números reais.

A pergunta: "o que caracteriza os números irracionais?" é essencial para que o aluno consiga entender esse conjunto, tentaremos respondê-la de maneira clara para que o aluno consiga entender.

Para entendermos, analisaremos o número $\sqrt{2}$, o que faz dele ser um número irracional? A $\sqrt{2}$ é uma grandeza incomensurável e que não pode ser escrita como a divisão de dois números inteiros, mas no ensino qual a maneira correta de explicar esse conceito para que o aluno consiga compreendê-lo?

Pommer (2012) diz sobre a importância de relacionar os racionais com os irracionais, podemos fazer essa relação através da sua representação, um número racional é definido como finito ou infinito periódico, logo, o irracional possui a representação infinita e não periódica.

Medeiros (2010) ao revisar o conteúdo de conjuntos numéricos em uma turma do 3º ano do ensino médio, percebeu a dificuldade que os alunos possuíam de marcar pontos na reta, ao solicitar para marcarem $\sqrt{2}$, a maioria dos alunos acertou, mas quando se pediu para marcar o ponto $1 - \sqrt{2}$ apenas 30% dos alunos chegaram à resposta correta. Também apresentaram dificuldade em marcar números como $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ou $\frac{-\sqrt{2}}{4}$.

"Esses fatos indicam falhas na representação decimal dos números racionais, pouca familiaridade com aproximação dos irracionais por meio de racionais e, ao mesmo tempo desconhecimento do que seja um número irracional" (MEDEIROS, 2010, p. 13).

Observamos, portanto, dificuldades apresentadas pelos alunos em relação aos números reais que foram discutidas por outros autores. Analisaremos a seguir de forma detalhada a compreensão, dificuldades e o nível de conhecimento que os alunos apresentam ao definir e diferenciar os conjuntos dos números racionais e irracionais.

5.METODOLOGIA

A pesquisa possui natureza qualitativa e quantitativa, com o objetivo de analisar quais as dificuldades que os alunos concluintes do ensino médio possuem em relação ao conjunto dos números reais. Por isso, forão analisadas as percepções que os alunos possuem acerca da compreensão do conceito de números reais, direcionando questões sobre seu conhecimento no que se refere aos números racionais e irracionais.

A pesquisa qualitativa segundo Fiorentini e Lorenzato (2006) é fundamentalmente interpretativa, levando o pesquisador a fazer uma interpretação dos dados. Essa interpretação inclui o desenvolvimento da descrição de uma pessoa ou de um cenário, análise de dados para identificar temas ou categorias e também para poder fazer urna interpretação ou tirar as conclusões, podendo mencionar as lições aprendidas e oferecendo mais perguntas a serem feitas.

Triviños (1987), quando trata deste tema, apresenta as contribuições de Bogdan que indica as seguintes características para a pesquisa qualitativa:

1º) A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave.

2º) A pesquisa qualitativa é descritiva.

3º) Os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto.

4º) Os pesquisadores qualitativos tendem a analisar seus dados indutivamente.

5º) O significado é a preocupação essencial na abordagem qualitativa.

Já a pesquisa quantitativa, segundo Creswell (2007) se dá por um levantamento ou opiniões de uma população ao estudar uma amostra dela. "A partir dos resultados da amostragem, o pesquisador generaliza ou faz alegações acerca da população" (CRESWELL, 2007, p. 164).

Segundo Malhotra (2001, p. 155), "a pesquisa qualitativa proporciona uma melhor visão e compreensão do contexto do problema, enquanto a pesquisa quantitativa procura quantificar os dados e aplica alguma forma da análise estatística".

A pesquisa proposta foi realizada com os alunos ingressantes dos cursos de Química Industrial e Engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Goiás, campus CET Anápolis, representando uma amostra dos cursos de exatas da universidade. A escolha desses cursos se deu por causa dos conjuntos numéricos reais que são pré-requisitos para os alunos cursarem a disciplina de cálculo diferencial e integral 1, que será estuda no primeiro período. O curso de Matemática da faculdade não entrou na pesquisa por não ter turma do primeiro período no semestre que foi realizada a pesquisa.

A coleta de dados foi feita através de um questionário, "o questionário é um dos instrumentos mais tradicionais de coleta de informações e consiste em uma série de perguntas que podem ser fechadas, abertas ou mistas [...]" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 116), no qual forão coletados dados para que se possa ser

SOUZAEAD
souzaeadrevistaacademica.com.br
ISSN 2595-5934
REVISTA ACADÊMICA DIGITAL
ABR 2023 EDIÇÃO Nº 60

feita a análise do conhecimento que os alunos possuem sobre os números reais. O questionário foi enviado por meio do WhatsApp, não foi possível aplicar presencial pelo fato das atividades acadêmicas estarem sendo realizadas remotamente por conta da pandemia do Covid−19. Ele está dividido em duas partes, a primeira contém cinco perguntas e visa estabelecer o perfil dos alunos e a segunda parte contém as perguntas específicas sobre o conteúdo, sendo 19 perguntas no total, em que quatro são discursivas e quinze objetivas, as respostas foram registradas pelos alunos durante os meses de dezembro e janeiro/2022.

6.RESULTADOS E DISCUSSÃO

Responderam ao questionário de forma voluntária e sem identificação 17 alunos, sendo nove alunos do curso de Engenharia Agrícola e oito do curso de Química Industrial. As idades desses alunos variam entre 17 a 25 anos, onde 10 desses alunos terminaram o ensino médio há um ano ou menos e a maioria (52,9%) cursaram o ensino médio em colégio particular.

As primeiras perguntas buscam analisar se os alunos sabiam a definição de número racional e irracional. De maneira geral, os alunos entendem que um número racional é escrito ou representado na forma de uma fração. Ao definirem o número irracional a resposta mais apresentada foi de serem números que não podem ser escritos na forma de fração, outros alunos definiram sendo números com decimais infinitos e não periódicos. Um aluno em particular, definiu número irracional como sendo raízes inexatas e citou o exemplo da $\sqrt{2}$. Essa é uma concepção que muitos alunos do ensino médio e até mesmo das primeiras séries dos cursos superiores possuem, pois, a $\sqrt{2}$ é o principal número utilizado para a prova dos números irracionais.

Quanto aos números reais, percebeu-se que a definição não está bem clara pelos alunos, houve noves definições corretas como, por exemplo, sendo a união dos números racionais e irracionais, mas outros alunos relataram saber pouco ou o básico sobre o assunto, não conseguindo escrever com suas palavras o que entendia sobre este conceito.

ISSN 2595-5934

Sobre as grandezas comensuráveis, os alunos apresentaram dificuldades e mostraram-se confusos quanto a sua definição, 13 alunos marcaram pelo menos uma das respostas corretas e nove marcaram alternativas erradas, sendo que, seis desses alunos consideram que dois segmentos quaisquer são comensuráveis, o que não é verdade, pois eles também podem ser incomensuráveis. Apenas quatro alunos afirmaram que viram esse conteúdo no ensino médio. Segundo Catto (2000) ao observar como os racionais são trabalhados nos livros didáticos, concluiu que nos casos de repartição de segmento a questão da comensurabilidade não é abordada, pois, os segmentos apresentados estão sempre adaptados a uma subdivisão de uma unidade dada no enunciado.

De forma diferente, as respostas sobre as grandezas incomensuráveis foram bem definidas, 13 alunos marcaram a resposta correta, afirmando que as grandezas incomensuráveis não podem ser medidas por um segmento de medida em comum, mas, por outro lado, não constataram como correta a alternativa que diz: "existem segmentos AB e CD sem unidade de medida comum EF" que também expõe de forma correta a definição de grandezas incomensuráveis. Pommer (2012) ao analisar um livro do 9º ano comenta que o tema sobre "Crise dos incomensuráveis" nem sequer é comentado e explorado conceitualmente, segundo o autor "é justamente este evento histórico que possibilita abordar a problemática do tema dos números irracionais" (POMMER, 2012, p. 57).

Para identificar a compreensão dos alunos sobre quais números pertencem a um determinado conjunto numérico, foi feita a seguinte pergunta: "Quais dos números abaixo estão no conjunto dos números racionais?" a mesma pergunta foi feita para o conjunto dos números irracionais e reais, a quantidade de respostas dadas para cada conjunto, está representado na Tabela 1.

Tabela 1 – Respostas referentes à quais dos números pertencem a cada conjunto.

Números	Números racionais	Números irracionais	Números reais
Dízima periódica	10	5	8
Decimal finito	9	7	11
Decimal infinito não periódico	1	13	10
Fração	11	1	11
Número inteiro	13	2	16

Fonte: O autor, 2022.

ISSN 2595-5934

Podemos observar que os alunos possuem conhecimento sobre os números que fazem parte do conjunto dos números racionais, em que apenas um aluno marcou como sendo um número infinito não periódico, única representação que não faz parte desse conjunto. No conjunto dos números irracionais, apesar de 13 alunos marcarem a resposta correta, houve um número expressivo de alunos na amostra que marcaram o número decimal finito e a dízima periódica como sendo números irracionais, o que mostra certa dificuldade dos alunos em saber relacionarem os números pertencentes ao conjunto dos irracionais. Segundo Pommer (2012), na coleção analisada de livros, os números irracionais são exemplificados somente de forma numérica e formal, o que dificulta compreender o significado desses números nessa etapa do ensino.

Em relação aos números reais, apresentaram uma grande diferença entre a marcação de um número e outro. O número inteiro foi o mais considerado como sendo real onde 16 pessoas o marcaram, em seguida vem o número decimal finito e a fração com 11 pessoas e o menos considerado foi à dízima periódica, a qual apenas oito alunos a marcaram. Os números reais, engloba todos os conjuntos numéricos e pode ser considerado como a união dos números racionais e irracionais, definição essa também citada pelos alunos no questionário, portanto, todos os números apresentados seriam reais.

Analisando esse conhecimento na prática, expomos alguns números particulares e pedimos para os alunos marcarem qual pertenceria a cada conjunto numérico, no qual foram marcados como sendo racionais os números: 3; 0,656565...; 0,5467; 0,101001000...; −11. Os números π e √2 também foram marcados por quatro e duas pessoas, respectivamente, sendo uma quantidade bem menor comparado com os outros números, logo podemos concluir que mesmo com essas marcações erradas os alunos possuem um conhecimento básico sobre quais são os tipos dos números racionais.

No conjunto dos números irracionais, foram marcados de maneira relevante os números π; √2; $\frac{6}{7}$; e − √2 e com menos marcações tivemos os números: 1,161161116...; 0,23456 e √25. Analisando essas respostas, observamos que os alunos na sua grande maioria deram a definição correta de número racional na

SOUZAEAD
souzaeadrevistaacademica.com.br
ISSN 2595-5934
REVISTA ACADÊMICA DIGITAL
ABR 2023 EDIÇÃO Nº 60

primeira pergunta, mas marcaram a fração $\frac{6}{7}$ como sendo irracional e o número 1,161161116... é confundido como sendo um número racional. Na coleção de livros que Pommer (2012) analisou, ele constatou que poucos exemplos do tipo 0,20200200020000... são apresentados, além de outros, como a raiz quadrada de qualquer número primo.

Houve uma grande divergência entre a classificação dos números definidos como reais, os resultados estão apresentados na Tabela 2 abaixo.

Tabela 2 – Respostas de quais números são classificados como reais.

Números	Quantidade de respostas	Porcentagem
$\sqrt{3}$	9	52,9%
0,383838...	13	76,5%
17	16	94,1%
$-\sqrt{31}$	6	35,3%
-9	9	52,9%
$-\sqrt[3]{5}$	2	29,4%
1,3465	12	70,6%

Fonte: O autor, 2022.

Analisando quais números pertencem ao conjunto dos números reais, conforme a tabela, é possível verificar que muitos alunos tiveram dúvidas de quais pertenceriam, principalmente as raízes e os números negativos.

Com relação à quantidade de elementos dos conjuntos dos números racionais e irracionais, apenas três (17,6%) alunos responderam corretamente. Os alunos responderam que o conjunto dos racionais é maior que o conjunto dos números irracionais, pois ele é mais trabalhado na escola, enquanto o ensino dos irracionais é feita de forma rápida e sem detalhes, sendo expostos poucos exemplos deste tipo de número, no qual o aluno tem a impressão que esses números não são abundantes. "Os irracionais representam a quase totalidade dos números, fato raramente abordado no ensino básico" (POMMER, 2012, p. 87).

Ao perguntar da soma de $\sqrt{2} + 3$ ser um número racional, irracional, inteiro ou natural, houve um grande número de acertos, os quais 11 (64,7%) alunos responderam ser irracional.

No questionamento sobre a igualdade 0,99999 = 1, 10 (58,8%) alunos a consideraram como sendo verdadeira, esse percentual nos mostra que a maioria dos alunos apresenta conhecimento insuficiente em relação às diferentes representações de um mesmo número racional. Segundo Catto (2000), é pouco provável que os alunos do ensino médio saibam fazer conversão entre os registros fracionário e decimal, a articulação entre esses registros é essencial para a formação do conceito de racional.

Em relação à afirmação: "o conjunto dos números reais pode ser representado numa reta numérica, em que cada ponto da reta corresponde a um número real e vice-versa", 82,4% dos alunos concordaram com essa afirmação, mas ao perguntar quais conjuntos deixam a reta numérica completa, sem espaços vazios, os alunos ficaram na dúvida entre o conjunto dos números racionais e irracionais e o conjunto dos números naturais e inteiros.

Ao perguntar sobre a importância dos números irracionais na construção dos números reais, 12 dos 17 alunos, responderam que acham, sim, importantes, mas ao justificar, apenas um aluno conseguiu dar uma resposta consistente dizendo que "os números irracionais existem e representam valores importantes, são utilizados e considerados em diversas operações matemáticas e sem eles haveriam incongruências no conjunto dos números reais". A sua grande importância está na completude da reta, a reta real sem os irracionais possui "buracos" que são preenchidos com os números irracionais, fazendo com que ela se torne uma reta contínua.

Observamos que o conhecimento que os alunos possuem, estão muito atrelados à definição e a representação visual dos números, por exemplo, a raiz não exata é irracional, fração e decimal é racional. Mas, a maioria não soube expor o que significa realmente o que são números reais nas repostas objetivas. Isso nós chamamos de conhecimento empírico.

Com relação às representações numéricas dos números racionais e irracionais, os alunos só irão compreendê-las com o estudo das representações de dízimas periódicas e não periódicas. E a conversão de frações em decimais e vice-versa.

Quando os alunos se deparam com um conhecimento mais profundo deste tema, como quais conjuntos têm mais elementos (racionais e irracionais) eles possuem dificuldades, pois a comparação entre conjuntos infinitos não podem ser dada visualmente, exigindo deles uma abstração deste conteúdo, das quais eles não tem. Por isso, é importante trabalhar as propriedades das operações que relacionam números racionais com os irracionais, como a soma de racionais com racionais e irracionais com racionais.

Trabalhar as concepções geométricas, como a reta real, para mostrar que os números racionais são insuficientes para completar a reta numérica é de fundamental importância. Para isso é necessário o professor construir alguns números irracionais na reta, como as raízes quadradas não exatas.

Todos os conteúdos abordados no questionário, exceto as grandezas comensuráveis e incomensuráveis, foram estudadas no ensino fundamental e médio pela grande maioria dos alunos, observamos, no entanto algumas dificuldades que eles ainda possuem em relação a esse conteúdo.

7.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os números racionais e irracionais causam nos alunos dúvidas e isso gera dificuldades na compreensão dos conjuntos numéricos, cada conjunto possui características próprias, os alunos terminam o ensino médio sem ter um conhecimento completo desses números, isso pode ocorrer por diversos fatores como: o livro didático não abordar todo o conteúdo, o professor trabalhar de forma rápida e superficial, e a falta de tempo para a preparação de um bom planejamento da aula.

Iniciamos esse artigo, analisando como esse conteúdo é abordado na BNCC e no PNLD, comentamos sobre como é feita a abordagem desse conteúdo nos livros didáticos. Realizamos uma pesquisa através de um questionário com os alunos iniciantes dos cursos de Química Industrial e Engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Goiás, para verificar quais as dificuldades que os alunos apresentam em relação a este conteúdo. Chegamos à conclusão que eles não estudam grandezas comensuráveis e incomensuráveis na escola básica, eles não conseguiram definir com suas palavras o que é um número real e possuem dúvidas ao identificar os números, além de não saberem qual conjunto possui mais elementos.

Com essa identificação das dificuldades dos alunos feita neste artigo é possível ter um direcionamento para o planejamento das aulas sobre os números reais, logo pode contribuir para que o professor possa observar onde melhorar na explicação para que fiquem claras as definições e, assim, sanar todas as dúvidas dos alunos.

REFERÊNCIASBIBLIOGRAFIA

ALMEIDA, T. B. Uma revisitação aos conjuntos numéricos no Ensino Médio. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases - Lei nº 9.394. Brasília: Diário Oficial da República Federativa do Brasil, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/l9394.htm. Acesso em: 17 fev. 2022.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. Plano Nacional do Livro Didático. Brasília: Guia de Livros Didáticos – Ensino Médio, 2018.

CATTO, G. G. Registros de representação e o número racional: uma abordagem nos livros didáticos. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000. Disponível em: . Acesso em: 29 dez. 2020.

CRESWELL, J. W. Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto: Tradução luciana de oliveira da rocha. 2º. ed. Porto Alegre: Editora Artmed, 2007.

DAVID, M. M. M.; MOREIRA, P. C. A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

MALHOTRA, N. Pesquisa de marketing. 3º. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

MEDEIROS, J. Uma abordagem de ensino de números reais. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2010.

POMMER, W. M. A construção de significados dos números irracionais no ensino básico: uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos números reais. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

TRINDADE, S. S. Análise das propriedades dos conjuntos numéricos e operações identificadas em livros didáticos do Ensino Fundamental. Monografia (Graduação), Caçapava do Sul, 2017.

TRIVIÑOS, A. N. S. Introdução à pesquisa em ciências sociais: A pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Editora Atlas, 1987.